# NGHIÊN CỨU PHÁCH LƯỢNG TỬ CỦA EXCITON TRONG CHẤM LƯỢNG TỬ HÌNH Ê-LÍP DẠNG DẸT

**Lê Thị Ngọc Bảo[1*], Nguyễn Minh Tạo[3], Lê Ngọc Minh[1], Lê Phước Định[1], Đinh Như Thảo[2**]**

[1] Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế

[2] Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế

[3] Trường THPT Trần Suyền, Tỉnh Phú Yên

*Email:lethingocbao14@gmail.com

**Email: dnthao@gmail.com

*Ngày nhận bài: 8/7/2022; ngày hoàn thành phản biện: 20/7/2022; ngày duyệt đăng: 4/8/2022*

**TÓM TẮT**

Trong bài báo này, hiện tượng phách lượng tử của exciton trong chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt InN/GaN được nghiên cứu bằng lý thuyết hàm sóng tái chuẩn hóa. Chúng tôi áp dụng mô hình ba mức exciton gồm một mức ở trạng thái cơ bản và hai mức kích thích được liên kết bởi một laser bơm mạnh cộng hưởng. Khi có tác dụng của laser bơm, chúng tôi đã quan sát thấy dấu hiệu tồn tại hiện tượng phách lượng tử của exciton thông qua sự xuất hiện dao động tuần hoàn trong phổ cường độ hấp thụ của exciton. Ngoài ra, sự ảnh hưởng mạnh của tỉ số các bán trục và độ lệch cộng hưởng của sóng bơm lên các đặc trưng của hiện tượng phách lượng tử của exciton cũng được khảo sát chi tiết.

**Từ khóa:** chấm lượng tử, cường độ hấp thụ, exciton, hình ê-líp dạng dẹt.

## 1. MỞ ĐẦU

Trong những năm gần đây, bán dẫn hệ thấp chiều là một trong những đối tượng nghiên cứu rất được sự quan tâm và thu hút của nhiều nhà khoa học [1-3]. Cấu trúc hệ thấp chiều được hình thành khi ta hạn chế chuyển động của các hạt tải theo một chiều, hai chiều hoặc ba chiều trong phạm vi khoảng cách bước sóng de Broglie của nó (cỡ nm). Việc chuyển từ vật liệu có cấu trúc ba chiều sang hệ vật liệu có cấu trúc thấp chiều đã làm thay đổi đáng kể nhiều đặc tính của vật liệu, đồng thời xuất hiện nhiều đặc tính ưu việt hơn mà hệ vật liệu ba chiều không có. Các cấu trúc thấp chiều có nhiều ứng dụng quan trọng trong việc tạo ra các linh kiện và thiết bị quang điện tử [4-6]. Một trong những cấu trúc thấp chiều đang nhận được nhiều sự quan tâm nghiên

cứu về lý thuyết lẫn thực nghiệm đó là chấm lượng tử. Trong chấm lượng tử các hạt tải bị giam giữ theo cả ba chiều trong không gian, làm cho chấm lượng tử được kỳ vọng có nhiều đặc tính thú vị hấp dẫn. Người ta đã chứng minh được rằng các tính chất quang học của chấm lượng tử có thể được điều khiển bởi việc thay đổi kích cỡ và hình dạng của chấm lượng tử [7,8].

Hiện tượng phách lượng tử của các exciton trong cấu trúc thấp chiều đã được quan tâm nghiên cứu từ năm 1990 [9], kể từ đó cho đến nay đã có nhiều công trình nghiên cứu lý thuyết và thực nghiệm về hiệu ứng này [10-16]. Quang phổ phách lượng tử đã trở thành một công cụ hữu hiệu để nghiên cứu các nguyên tử và phân tử liên quan đến cấu trúc điện tử và dao động của chúng. Bên cạnh đó bằng sự phân tích tần số của phách lượng tử người ta có thể xác định chính xác độ tách năng lượng rất nhỏ giữa các mức. Ngoài ra, phổ của phách lượng tử cho phép ta xác định thời gian sống kết hợp của các quá trình chuyển dời và khảo sát các trạng thái kết hợp [11]. Đã có nhiều công trình nghiên cứu về hiện tượng phách lượng tử của exciton trong giếng lượng tử [9, 11, 14], dây lượng tử [15], và chấm lượng tử, đặc biệt là chấm lượng tử hình cầu [16]. Tuy nhiên, các chấm lượng tử có hình dạng phức tạp và gần với thực tế như chấm lượng tử hình ê-líp vẫn chưa được khảo sát chi tiết. Trong bài báo này chúng tôi sẽ nghiên cứu về hiện tượng phách lượng tử của exciton trong chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt bằng phương pháp hàm sóng tái chuẩn hóa. Bài báo gồm có các phần chính như sau. Phần 2 trình bày mô hình và lý thuyết. Phần 3 trình bày các kết quả chính và thảo luận. Phần kết luận được trình bày trong phần 4.

## 2. MÔ HÌNH VÀ LÝ THUYẾT

### 2.1. Hàm sóng và các mức năng lượng của điện tử và lỗ trống

Để đơn giản chúng tôi giả thiết các chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt chịu sự tác dụng của một thế năng vô hạn. Xét một chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt nằm đối xứng quanh trục *z*, với *a* và *c* lần lượt là độ dài các bán trục của chấm trong mặt phẳng *xOy* và hướng *z*, trong đó *x*, *y*, *z* là các tọa độ trong hệ tọa độ Cartesian với gốc tọa độ tại tâm đối xứng của ê-líp (Hình 1). Hàm sóng bao của điện tử (lỗ trống) trong chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt chịu tác dụng của một thế năng vô hạn có dạng [8,17]

$$\Psi_{nlm}^{e,h}\left(\vec{r}\right)=\Psi_{nlm}^{e,h}\left(\xi,\eta,\varphi\right)=A_{nlm}J_{lm}^{(1)}\left(-ih,i\xi\right)S_{lm}^{(1)}\left(-ih,\eta\right)e^{im\varphi}, \quad (1)$$

trong đó, $n=1,2,3,...$; $l=0,1,2,3,...$; $m=-l,...,0,...,+l$; $J_{lm}^{(1)}\left(-ih,i\xi\right)$ và $S_{lm}^{(1)}\left(-ih,\eta\right)$ lần lượt là các hàm phỏng cầu xuyên tâm và các hàm phỏng cầu góc dạng dẹt loại 1; $A_{nlm}$ là hệ số chuẩn hóa.

$$A_{nlm}=\sqrt{\frac{\chi^3}{2\pi c^3 e^3\int\limits_0^{i\bar{\xi}}\int\limits_{-1}^{+1}\left(\xi^2+\eta^2\right)J_{lm}^{(1)*}\left(-ih,i\xi\right)S_{lm}^{(1)*}\left(-ih,\eta\right)J_{lm}^{(1)}\left(-ih,i\xi\right)S_{lm}^{(1)}\left(-ih,\eta\right)d\xi d\eta}}, \quad (2)$$

trong đó tỉ số các bán trục của ê-líp $\chi$ và tâm sai *e* của ê-líp lần lượt được kí hiệu

$$\begin{cases}\chi=\dfrac{c}{a},\\ e=\sqrt{1-\chi^2}.\end{cases} \quad (3)$$

Trong phép gần đúng hàm bao khối lượng hiệu dụng, hàm sóng toàn phần của điện tử (lỗ trống) trong chấm lượng tử phỏng cầu dạng dẹt với thế vô hạn có dạng

$$\Lambda_{nlm}^{e,h}\left(\vec{r}\right)=u_{c,v}\left(\vec{r}\right)\Psi_{nlm}^{e,h}\left(\vec{r}\right), \quad (4)$$

ở đây, $\vec{r}=\left(\xi,\eta,\varphi\right)$ và $u_{c,v}\left(\vec{r}\right)$ là các hàm sóng Bloch trong vùng dẫn và vùng hóa trị.

Chọn gốc tính năng lượng tại đỉnh vùng hóa trị, biểu thức năng lượng của điện tử và lỗ trống lần lượt được xác định như sau

$$\begin{cases}E_{nlm}^{e}=E_g+\dfrac{\hbar^2 k_{nlm}}{2m_e^*},\\ E_{nlm}^{h}=\dfrac{\hbar^2 k_{nlm}}{2m_h^*},\end{cases} \quad (5)$$

với $E_g$ là độ rộng vùng cấm của chất bán dẫn; $m_{e,h}^*$ là khối lượng hiệu dụng của điện tử (lỗ trống) và

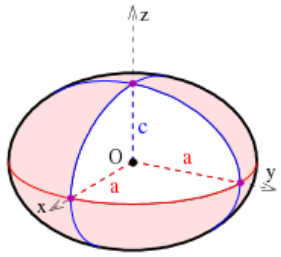
$$k_{nlm}=\frac{h^2}{f^2}. \quad (6)$$

Các giá trị của *h* được xác định từ điều kiện biên

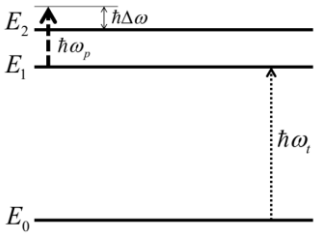
$$J_{lm}^{(1)}\left(-ih,i\bar{\xi}\right)=0, \quad (7)$$

trong đó

$$\begin{cases}\bar{\xi}=\dfrac{\chi}{\sqrt{1-\chi^2}}=\dfrac{\chi}{e},\\ f=\dfrac{c}{\bar{\xi}}=\dfrac{c\cdot e}{\chi}=a\cdot e.\end{cases} \quad (8)$$




***Hình 1.*** Minh họa chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt [18].




***Hình 2.*** Mô hình hệ ba mức của điện tử và lỗ trống, $\hbar\omega_t$ là năng lượng của laser dò; $\hbar\omega_p$ là năng lượng laser bơm và $\hbar\Delta\omega$ là độ lệch cộng hưởng.

Ta có Hamiltonian mô tả tương tác của điện tử với trường điện từ được viết dưới dạng [19]:

$$\hat{H}_{\text{int}} = -\frac{q}{m_0}\frac{A_x e^{-i\omega_x t}}{i\omega_x}\vec{n}\cdot\hat{\vec{p}}\,, \tag{9}$$

trong đó $q$, $\vec{n}$, $\hat{\vec{p}}$, $A_x$, và $\omega_x$ tương ứng là điện tích của điện tử, vecto phân cực, vecto xung lượng, cường độ của laser và tần số của laser; kí hiệu $x$ để chỉ laser dò hoặc laser bơm. Khi có tác dụng của laser bơm, điện tử nằm trong trạng thái được mô tả bởi hàm sóng tái chuẩn hóa có dạng như sau

$$\Psi^e_{mix}(\vec{r},t) = \frac{1}{2\Omega_R}\left(\alpha_1 e^{-\frac{i}{\hbar}E^{e-}_{100}t} + \alpha_2 e^{-\frac{i}{\hbar}E^{e+}_{100}t}\right)\Psi^e_{100}(\vec{r}) - \frac{V_{21}}{2\Omega_R\hbar}\left(e^{-\frac{i}{\hbar}E^{e-}_{110}t} - e^{-\frac{i}{\hbar}E^{e+}_{110}t}\right)\Psi^e_{110}(\vec{r}), \tag{10}$$

trong đó

$$\begin{cases} E^{e-}_{100} = E^e_{100} - \hbar\alpha_2, \\ E^{e+}_{100} = E^e_{100} + \hbar\alpha_1, \end{cases} \qquad \begin{cases} E^{e-}_{110} = E^e_{100} - \hbar\alpha_1, \\ E^{e+}_{110} = E^e_{110} + \hbar\alpha_2, \end{cases} \tag{11}$$

$$\begin{cases} \alpha_1 = \Omega_R - \dfrac{\Delta\omega}{2}, \\ \alpha_2 = \Omega_R + \dfrac{\Delta\omega}{2}, \\ \hbar\omega_{21} = E^e_{110} - E^e_{100}, \end{cases} \qquad \begin{cases} \Omega_R = \sqrt{\left(\dfrac{\Delta\omega}{2}\right)^2 + \dfrac{|V_{21}|^2}{\hbar^2}}, \\ \Delta\omega = \omega_p - \omega_{21}, \end{cases} \tag{12}$$

và $V_{21}$ là yếu tố ma trận chuyển dời cùng vùng giữa các mức của điện tử $E_1$ và $E_2$ và được xác định như sau

$$\begin{aligned} V_{21} = {} & \frac{qA_p}{m_0 i\omega_p}\frac{m^*_e}{i\hbar}A^*_{110}A_{100}\left(E^e_{110} - E^e_{100}\right)2\pi f^4 \times \\ & \times \int_0^{i\bar{\xi}}\int_{-1}^{+1}\xi\eta\left(\xi^2+\eta^2\right)J^{(1)*}_{10}(-ih,i\xi)S^{(1)*}_{10}(-ih,\eta)J^{(1)}_{00}(-ih,i\xi)S^{(1)}_{00}(-ih,\eta)\,d\xi d\eta, \end{aligned} \tag{13}$$

trong đó $A_p$ và $\omega_p$ lần lượt là cường độ và tần số của laser bơm.

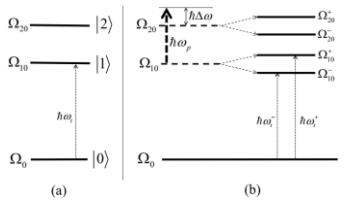
### 2.2. Hàm sóng và các mức năng lượng của exciton

Trong công trình này chúng tôi nghiên cứu phách lượng tử của exciton trong một hệ ba mức. Vì vậy trước hết chúng tôi phải áp dụng một giản đồ năng lượng ba mức của điện tử và lỗ trống, trong đó $E_0$ là mức năng lượng lượng tử hóa thấp nhất của lỗ trống, còn $E_1$ và $E_2$ là các mức lượng tử hóa đầu tiên của điện tử trong chấm lượng tử này (Hình vẽ 2). Ba mức năng lượng và các hàm sóng không phụ thuộc thời gian tương ứng của các hạt được xác định như sau

$$\begin{cases} E_0 = E_{100}^h, \\ E_1 = E_{100}^e, \\ E_2 = E_{110}^e, \end{cases} \qquad \begin{cases} \Pi_0(\vec{r}) \equiv \Lambda_{100}^h(\vec{r}), \\ \Pi_1(\vec{r}) \equiv \Lambda_{100}^e(\vec{r}), \\ \Pi_2(\vec{r}) \equiv \Lambda_{110}^e(\vec{r}). \end{cases} \tag{14}$$

Các hàm sóng phụ thuộc thời gian của các hạt được xác định như sau

$$\begin{cases} \Pi_0(\vec{r},t) = \Pi_0(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_0 t}, \\ \Pi_1(\vec{r},t) = \Pi_1(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_1 t}, \\ \Pi_2(\vec{r},t) = \Pi_2(\vec{r}) e^{-\frac{i}{\hbar}E_2 t}. \end{cases} \tag{15}$$




***Hình 3.*** Mô hình ba mức của exciton: a) Khi không có tác dụng của laser bơm; b) Khi có tác dụng của laser bơm.

Tiếp theo chúng tôi khảo sát mô hình hệ ba mức exciton trong chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt với giản đồ năng lượng của exciton như Hình 3. Mức đầu tiên là mức $\Omega_0$ của trạng thái cơ bản $|0\rangle$, hai mức exciton $\Omega_{10}$ và $\Omega_{20}$ tương ứng với trạng thái kích thích thứ nhất và thứ hai của exciton được kí hiệu lần lượt là $|1\rangle$ và $|2\rangle$. Khi không có tác dụng của laser bơm, các hàm sóng của exciton trong trạng thái dừng có dạng

$$\begin{cases} \Phi_{10}^{Ex}(\vec{r}) = \Pi_1(\vec{r}).\Pi_0(\vec{r}), \\ \Phi_{20}^{Ex}(\vec{r}) = \Pi_2(\vec{r}).\Pi_0(\vec{r}). \end{cases} \tag{16}$$

Các mức exciton trong trạng thái dừng được xác định bởi

$$\begin{cases} \Omega_{10} = E_1 + E_0, \\ \Omega_{20} = E_2 + E_0. \end{cases} \tag{17}$$

Các hàm sóng trạng thái dừng phụ thuộc thời gian của các exciton được xác định bởi

$$\begin{cases} \Phi_{10}^{Ex}(\vec{r},t) = \Phi_{10}^{Ex}(\vec{r})e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{10}t}, \\ \Phi_{20}^{Ex}(\vec{r},t) = \Phi_{20}^{Ex}(\vec{r})e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{20}t}. \end{cases} \quad (18)$$

Khi có tác dụng của laser bơm cộng hưởng mạnh, hàm sóng của một exciton trong trạng thái không dừng bao gồm một điện tử nằm trong trạng thái ở Pt. (10) và một lỗ trống nằm trong trạng thái $\Pi_0(\vec{r},t)$ ở Pt. (15)

$$\Phi_{mix}^{Ex}(\vec{r},t) = \Pi_{mix}^{e}(\vec{r},t).\Pi_0(\vec{r},t). \quad (19)$$

Hàm sóng exciton không dừng được viết lại như sau

$$\Phi_{mix}^{Ex}(\vec{r},t) = \frac{1}{2\Omega_R}\left(\alpha_1 e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{10}^{-}t} + \alpha_2 e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{10}^{+}t}\right)\Phi_{10}^{Ex}(\vec{r}) - \frac{V_{21}}{2\hbar\Omega_R}\left(e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{20}^{-}t} - e^{-\frac{i}{\hbar}\Omega_{20}^{+}t}\right)\Phi_{20}^{Ex}(\vec{r}), \quad (20)$$

trong đó

$$\begin{cases} \Omega_{10}^{+} = \Omega_{10} + \hbar\alpha_1, \\ \Omega_{10}^{-} = \Omega_{10} - \hbar\alpha_2, \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega_{20}^{+} = \Omega_{20} + \hbar\alpha_2, \\ \Omega_{20}^{-} = \Omega_{20} - \hbar\alpha_1. \end{cases} \quad (21)$$

Phương trình (21) có thể được viết lại như sau

$$\begin{cases} \Omega_{20}^{+} = \Omega_{10}^{+} + \hbar\omega_p, \\ \Omega_{20}^{-} = \Omega_{10}^{-} + \hbar\omega_p, \end{cases} \quad \begin{cases} \Omega_{10}^{+} - \Omega_{10}^{-} = 2\hbar\Omega_R, \\ \Omega_{20}^{+} - \Omega_{20}^{-} = 2\hbar\Omega_R. \end{cases} \quad (22)$$

### 2. 3. Cường độ hấp thụ exciton khi không có laser bơm

Trong công trình này chúng tôi nghiên cứu phách lượng tử của exciton thông qua phổ cường độ hấp thụ của exciton. Vì vậy, đầu tiên chúng tôi tìm công thức cho cường độ hấp thụ khi không có mặt laser bơm cộng hưởng bằng việc tính toán yếu tố ma trận đối với chuyển dời lưỡng cực giữa trạng thái cơ bản $|0\rangle$ và các trạng thái dừng của exciton mà được mô tả trong phương trình (18). Theo quy tắc lọc lựa, các chuyển dời quang chỉ có thể xảy ra giữa hai trạng thái $|0\rangle$ và $|1\rangle$. Yếu tố ma trận chuyển dời được xác định như sau

$$T_{10}^{Ex} = \langle 1|\hat{H}_{int}|0\rangle. \quad (23)$$

Thực hiện một số phép biến đổi trung gian, ta có

$$T_{10}^{Ex} = -\frac{eA_t p_{cv}}{m_0 i\omega_t} e^{\frac{i}{\hbar}(\Omega_{10}-\hbar\omega_t)t}\left\langle \Psi_{100}^{e}(\vec{r})\Psi_{100}^{h}(\vec{r})\middle|0\right\rangle, \quad (24)$$

trong đó $A_t$ và $\omega_t$ là cường độ và tần số sóng dò; $p_{cv}$ được gọi là yếu tố ma trận phân cực giữa vùng dẫn và vùng hóa trị

$$p_{cv} = \left\langle u_c(\vec{r})|\vec{n}\hat{\vec{p}}|u_v(\vec{r})\right\rangle. \quad (25)$$

Cường độ hấp thụ của exciton tỉ lệ với bình phương môđun của yếu tố ma trận chuyển dời giữa các mức exciton, nghĩa là

$$I_{10}^{Ex}(t) \propto \left|T_{10}^{Ex}\right|^2 = \left(\frac{eA_t p_{cv}}{m_0 \omega_t}\right)^2 \exp(-\gamma t). \tag{26}$$

Thực tế thì các trạng thái của exciton trên các mức kích thích tắt dần theo thời gian. Để kể đến sự tắt dần trong $I_{10}^{Ex}(t)$, chúng tôi đã đưa vào Pt. (26) một cách hiện tượng luận tham số tắt dần $\gamma = 1/T_1$, với $T_1$ là thời gian sống của exciton trên mức năng lượng $\Omega_{10}$.

**2.4. Phách lượng tử của exciton**

Chúng tôi quan tâm đến trường hợp khi chấm lượng tử được chiếu sáng bởi một laser dò khi có mặt một laser bơm cộng hưởng mà năng lượng photon của nó $\hbar\omega_p$ gần bằng với độ chênh năng lượng giữa hai mức exciton ban đầu $\Omega_{10}$ và $\Omega_{20}$ (Hình 3b). Bây giờ chúng tôi tính toán yếu tố ma trận đối với chuyển dời lưỡng cực giữa trạng thái cơ bản $|0\rangle$ và trạng thái exciton không dừng $\Phi_{mix}^{Ex}(\vec{r},t)$ dưới tác dụng của một laser dò với năng lượng photon $\hbar\omega_t$. Yếu tố ma trận được xác định như sau

$$T_{mix}^{Ex} = \left\langle \Phi_{mix}^{Ex}(\vec{r},t) \middle| \hat{H}_{int} \middle| 0 \right\rangle. \tag{27}$$

Thế Pt. (20) vào Pt. (27) và thực hiện một số phép biến đổi trung gian ta thu được

$$T_{mix}^{Ex} = -\frac{eA_t p_{cv}}{m_0 i\omega_t} \frac{1}{2\Omega_R} \left( \alpha_1^* . e^{\frac{i}{\hbar}(\Omega_{10}^- - \hbar\omega_t)t} + \alpha_2^* . e^{\frac{i}{\hbar}(\Omega_{10}^+ - \hbar\omega_t)t} \right) \times \left\langle \Psi_{100}^e(\vec{r}) \Psi_{100}^h(\vec{r}) \middle| 0 \right\rangle. \tag{28}$$

Từ đó, cường độ hấp thụ của exciton khi có tác dụng của laser bơm mạnh có dạng như sau

$$I_{mix}^{Ex}(t) \propto \left|T_{mix}^{Ex}\right|^2 = \left(\frac{eA_t p_{cv}}{m_0 \omega_t}\right)^2 \times \left[ \left(\frac{\alpha_1}{2\Omega_R}\right)^2 + \left(\frac{\alpha_2}{2\Omega_R}\right)^2 + 2\frac{\alpha_1}{2\Omega_R}\frac{\alpha_2}{2\Omega_R} \cos\left(\frac{\Omega_{10}^+ - \Omega_{10}^-}{\hbar}\right) t \right]. \tag{29}$$

Ta viết lại Pt. (29) dưới dạng

$$I_{mix}^{Ex}(t) \propto \left|T_{mix}^{Ex}\right|^2 = \left(\frac{eA_t p_{cv}}{m_0 \omega_t}\right)^2 \left[ \left(\beta_1^2 + \beta_2^2\right) \exp(-\gamma t) + 2\beta_1\beta_2 \exp(-\tau t) \cos(2\Omega_R t) \right], \tag{30}$$

trong đó

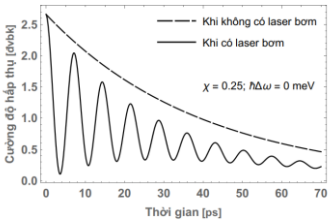
$$\begin{cases} \beta_1 = \dfrac{\alpha_1}{2\Omega_R}, \\ \beta_2 = \dfrac{\alpha_2}{2\Omega_R}. \end{cases} \tag{31}$$

Thực tế thì trạng thái chồng chất kết hợp trong phương trình (20) tắt dần theo thời gian. Để kể đến sự tắt dần trong $I_{mix}^{Ex}(t)$, chúng tôi đưa vào một cách hiện tượng luận các tham số tắt dần $\gamma = 1/T_1$ và $\tau = 1/T_2$ trong biểu thức của cường độ hấp thụ của exciton khi có mặt laser bơm được xác định ở Pt. (30).

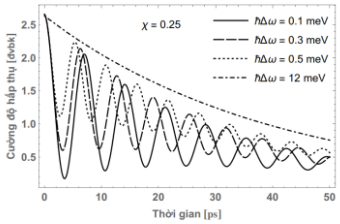
## 3. KẾT QUẢ TÍNH SỐ VÀ THẢO LUẬN

Trong mục này chúng tôi nghiên cứu phách lượng tử của exciton trong các chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt chế tạo từ các vật liệu InN/GaN. Các tham số của vật liệu được cho như sau [20]: khối lượng hiệu dụng của điện tử và lỗ trống trong vật liệu chấm InN ở nhiệt độ 300 K là $m_e = 0{,}11m_0$ và $m_h = 0{,}50m_0$; độ rộng vùng cấm của vật liệu chấm là $E_g = 700\,\text{meV}$; biên độ của laser bơm là $A_p = 4\times10^4$ V/cm và độ rộng phổ là $\Gamma = 0{,}1\,\text{meV}$. Để thực hiện tính số, chúng tôi đã chọn độ dài bán trục nhỏ là $c = 10$ Å; còn độ dài bán trục lớn sẽ tùy thuộc vào việc chọn giá trị của $\chi$ ($a = c/a$).

Để tìm hiểu về sự tồn tại của phách lượng tử của exciton, đầu tiên chúng tôi vẽ phổ phụ thuộc thời gian của cường độ hấp thụ của exciton ở Hình 4 trong trường hợp $\chi = 0{,}25$ và độ lệch cộng hưởng của trường bơm $\hbar\Delta\omega = 0\,\text{meV}$. Khi không có laser bơm (đường đứt nét), chúng tôi quan sát thấy một đường cong trơn của cường độ hấp thụ, điều đó hàm ý rằng không tồn tại phách lượng tử của exciton. Tuy nhiên, khi có một laser bơm mạnh cộng hưởng với hai mức kích thích của exciton (đường liền nét), trên đường cong của cường độ hấp thụ chúng tôi quan sát thấy một dao động có tần số bằng hai lần tần số Rabi của điện tử. Dao động đó xuất hiện như là bằng chứng của sự tồn tại của phách lượng tử của exciton trong cấu trúc chấm lượng tử này.

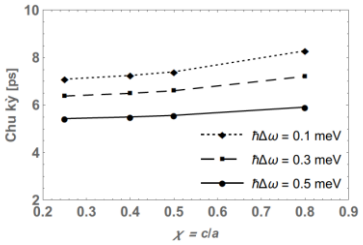



***Hình 4.*** Cường độ hấp thụ phụ thuộc thời gian với tỉ số giữa các bán trục $\chi = 0{,}25$ và độ lệch cộng hưởng $\hbar\Delta\omega = 0\,\text{meV}$.

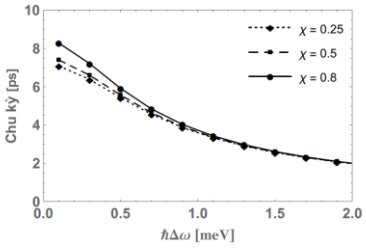



***Hình 5***. Sự phụ thuộc của cường độ hấp thụ vào thời gian với các độ lệch cộng hưởng khác nhau trong trường hợp $\chi = 0{,}25$.

Tiếp theo chúng tôi vẽ sự phụ thuộc của cường độ hấp thụ theo thời gian trong trường hợp có sóng bơm với các giá trị độ lệch cộng hưởng khác nhau khi $\chi = 0{,}25$ (Hình 5). Ta thấy rằng khi độ lệch cộng hưởng tăng thì cả biên độ dao động và chu kỳ của phách đều giảm. Bên cạnh đó, khi độ lệch cộng hưởng quá lớn ($\hbar\Delta\omega = 15\,\text{meV}$) thì dạng dao động tuần hoàn tắt dần của cường độ hấp thụ theo thời gian không được quan sát thấy, nghĩa là hiện tượng phách lượng tử của exciton không xuất hiện.




***Hình 6.*** Sự phụ thuộc của chu kỳ của phách lượng tử vào giá trị của tỉ số các bán trục $\chi$ với các độ lệch cộng hưởng khác nhau.




***Hình 7.*** Sự phụ thuộc của chu kỳ của phách lượng tử vào độ lệch cộng hưởng của sóng bơm ứng với các giá trị $\chi$ khác nhau.

Để nghiên cứu rõ hơn đặc trưng của chu kỳ phách lượng tử, trên Hình 6 chúng tôi vẽ sự phụ thuộc của chu kỳ phách lượng tử vào giá trị $\chi$ của chấm lượng tử ứng với các trường hợp độ lệch cộng hưởng khác nhau. Ta thấy rằng trong cả ba trường hợp khi tăng giá trị $\chi$ của chấm lượng tử thì chu kỳ của phách lượng tử đều tăng. Bên cạnh đó, từ Hình 6 cho thấy ứng với cùng một giá trị $\chi$ khi tăng độ lệch cộng hưởng thì chu kỳ của phách lượng tử giảm tương ứng, điều này sẽ được thấy rõ ở Hình 7.

Hình 7 vẽ sự phụ thuộc của chu kỳ phách lượng tử vào độ lệch cộng hưởng sóng bơm. Từ Hình 7 và Hình 5 ta thấy rằng khi độ lệch cộng hưởng tăng thì cả chu kỳ và biên độ của phách đều giảm. Rõ ràng là khi độ lệch cộng hưởng càng tăng thì khả năng kết cặp của hai mức năng lượng của điện tử càng thấp dẫn đến khả năng tách mức năng lượng của điện tử cũng như xác suất tạo ra hai exciton có năng lượng gần nhau giảm theo. Kết quả đó dẫn đến việc xác suất tạo thành phách lượng tử giảm theo, cuối cùng dẫn đến biên độ của phách lượng tử càng nhỏ (Hình 5). Bên cạnh đó, do tần số dao động của phách tỉ lệ thuận với độ lệch cộng hưởng (Pt. (12)) nên khi độ lệch cộng hưởng tăng thì tần số dao động của phách tăng theo, hay chu kỳ dao động của phách giảm.

## 4. KẾT LUẬN

Trong bài báo này chúng tôi đã nghiên cứu phách lượng tử của exciton trong một hệ ba mức trong chấm lượng tử hình ê-líp dạng dẹt InN/GaN. Chúng tôi đã sử dụng phương pháp hàm sóng tái chuẩn hóa để tìm hàm sóng của các exciton khi có một sóng bơm cộng hưởng và sau đó tính toán cường độ hấp thụ exciton. Khi sóng bơm được bật lên thì kết quả xuất hiện một dao động có tần số bằng hai lần tần số Rabi của điện tử trong phổ phụ thuộc thời gian của cường độ hấp thụ, dao động này được cho là hành vi của phách lượng tử. Bên cạnh đó, chu kỳ của phách lượng tử của exciton phụ thuộc rất nhạy vào độ lệch cộng hưởng của sóng bơm cũng như giá trị $\chi$ của chấm lượng tử.

**LỜI CẢM ƠN**

Nghiên cứu này được tài trợ bởi đề tài Khoa học và Công nghệ cấp Bộ của Bộ Giáo dục và Đào tạo với mã số B2020-DHH-06.

## TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1]. L. Shi (2012). Thermal and thermoelectric transport in nanostructures and low-dimensional systems, *Nanoscale and Microscale Thermophysical Engineering*, Vol. 16, pp. 79-116.

[2]. T. Frolov, and Y. Mishin (2015). Phases, phase equilibria, and phase rules in low-dimensional systems, *The journal of Chemical Physics*, Vol. 143, pp. 044706(1 -14) .

[3]. H. Wang, W. Liu, X. He, P. Zhang, X. Zhang, and Y. Xie (2020). An Excitonic Perspective on Low-Dimensional Semiconductors for Photocatalysis, *Journal of the American Chemical Society*, Vol. 142, pp. 14007-14022.

[4]. W. Lu, H. Chen, W. Hu, G. Song, W. Lei, and Y. Fu (2015). Low-Dimensional Semiconductor Structures for Optoelectronic Applications, *Advances in Condensed Matter Physics*, Vol. 2015, pp. 1-2.

[5]. M. J. Wang, F. Y. Yue, and F. M. Guo (2015). Photoelectric Characteristics of Double Barrier Quantum Dots-Quantum Well Photodetector, *Advances in Condensed Matter Physics*, Vol. 2015, pp. 1-6.

[6]. Z.-H. Zhang, W. Liu, Z. Ju, S. T. Tan, Y. Ji, Z. Kyaw, X. Zhang, L. Wang, X. W. Sun, and H. V. Demir (2014). InGaN/GaN multiple-quantum-well light-emitting diodes with a grading InN composition suppressing the Auger recombination, *Applied Physics Letters*, Vol. 105, pp. 033506(1-5).

[7]. Dinh Nhu Thao, Le Thi Ngoc Bao, Duong Dinh Phuoc, Nguyen Hong Quang (2017). A theoretical study of the optical Stark effect in InGaAs/InAlAs quantum dots, *Semiconductor Science and Technology*, Vol. **32**, pp. 025014(1-8).

[8]. V. I. Boichuk, V. B. Hol'skyi, R.Yu. Kubay, R. I. Lukin (2008). The electron energy spectrum in an ellipsoidal quantum dot with regard for finite band gap at the interface, *Ukrainian Journal of Physics*, Vol. 53, pp. 574-578.

[9]. W. A. J. A. Poel, A. L. G. J. Severens (1990). Quantum beats in the exciton emission of type II GaAs/AlAs quantum wells, *Optics Communications*, Vol. 76, pp. 116-120.

[10]. M. Koch, J. Feldmann, G. V. Plessen, E. O. Göbel and P. Thomas, K. Kohler (1992). Quantum beats versus Polarization Interference: An Experimental Distinction, *Physical Review Letters*, Vol. 69, pp. 3631-3634.

[11]. M. Koch, G. V. Plessen, J. Feldmann, E. O. Gobel (1996). Excitonic quantum beats in semiconductor quantum-well structures, *Chemical Physics*, Vol. 120, pp. 367-388.

[12]. M. Hayashi, R. Chang, K. K. Liang, C. H. Chang, Y. J. Shiu, J. M. Chang, F. C. Hsu, A. Mebel and S. H. Lin (2000). Theoretical Treatments of Quantum Beats, *Tamkang Journal of Science and Engineering*, Vol. 3, pp. 145-155.

[13]. A. V. Trifonov, I. Ya. Gerlovin, I. V. Yugova, R. V. Cherbunin, Yu. P. Efimov, S. A. Eliseev, V. V. Petrov, V. A. Lovtcius and A. V. Kavokin (2015). Multiple-frequency quantum beats of quantum confined exciton states, *Physical Review B*, Vol. 92, pp. 201301(1-5).

[14]. K. H. Pantlen, D. Oberhauser, V. G. Lysenko, and J. M. Hvam, and G. Weimann (1993). Coherent generation and interference of excitons and biexcitons in GaAs/AlxGa1-xAs quantum wells, *Physical Review B*, Vol. 47, pp. 2413-2416.

[15]. Duong Dinh Phuoc, Le Thi Ngoc Bao, Le Thi Dieu Hien, Ho Khac Hieu and Dinh Nhu Thao (2020), A study on quantum beats of excitons in GaAs/AlGaAs circular cylindrical quantum wires, *Japanese Journal of Applied Physics*, Vol. 59**,** pp. 125003(1-10).

[16]. D. N. Thao and L. T. N. Bao (2020). Quantum beat of excitons in spherical semiconductor quantum dots, *Superlattices Microstruct*, Vol. 146, pp. 106675(1-12).

[17]. G. Iadonisi, G. Cantele, V. Marigliano Ramaglia, and D. Ninno (2003). Electronic and optical properties of semiconductor nanostructures, *Physica Status Solidi (b)*, Vol. 237, pp. 320-340.

[18]. https://en.wikipedia.org/wiki/Spheroid.

[19]. L. Bányai and S. W. Koch (1993), *Semiconductor Quantum Dots*, World Scientific, Singapore, 1st ed. Edition.

[20]. Z. H. Mahmood, A. P. Shah, A. Kadir, M. R. Gokhale, S. Ghosh, A. Bhattacharya, and B. M. Arora (2007). Determination of InN–GaN heterostructure band offsets from internal photoemission measurements, *Applied Physics Letters*, Vol. 91, pp. 152108(1-3).

# A STUDY ON QUANTUM BEAT OF EXCITON IN THE OBLATE ELLIPSOIDAL QUANTUM DOTS

**Le Thi Ngoc Bao[1*], Nguyen Minh Tao[3], Le Ngoc Minh[1], Le Phuoc Đinh[1], Dinh Nhu Thao[2**]**

[1] University of Sciences, Hue University

[2] University of Education, Hue University

[2] Tran Suyen High School, Phu Yen Province

*Email:lethingocbao14@gmail.com

**Email: dnthao@gmail.com

**ABSTRACT**

In this paper, the quantum beat of excitons in the oblate ellipsoidal is studied by the renormalized wavefunction theory. We apply a three-level model consisting of a ground state and two excited states of exciton linked by a strong resonant pump laser. Under the effect of the pump laser, we observe the existence of the excitonic quantum beats through the appearance of periodic oscillations in the absorption intensity. In addition, the strong influence of the ellipsoid aspect ratio and the pump wave detuning on the characteristics of quantum beat is also investigated in detail.

**Keywords:** quantum dot, the intensity of absorption, exciton, oblate ellipsoidal quantum dot.

**Lê Thị Ngọc Bảo** sinh ngày 31/10/1983 tại Huế. Năm 2006, bà tốt nghiệp Cử nhân khoa học ngành Vật lý tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Năm 2009, bà tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Năm 2020, bà nhận bằng Tiến sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế. Từ năm 2006 đến nay, bà là giảng viên của Khoa Vật lý, nay là Khoa Điện, Điện tử và Công nghệ vật liệu, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

*Lĩnh vực nghiên cứu: Vật lý lý thuyết và vật lý toán.*

**Lê Ngọc Minh** sinh năm 1963. Năm 1981, ông tốt nghiệp Cử nhân chuyên ngành Vật lý lý thuyết tại Trường Đại học Tổng hợp Huế (nay là Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế). Năm 1999, ông tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý Chất rắn tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Ông hiện đang là cán bộ giảng dạy tại Khoa Điện, Điện tử và Công nghệ vật liệu, Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

*Lĩnh vực nghiên cứu: Vật lý lý thuyết và vật lý toán.*

**Đinh Như Thảo** sinh ngày 17/02/1975 tại thành phố Hải Dương. Năm 1997, ông tốt nghiệp Cử nhân khoa học ngành Vật lý tại Trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Năm 1999, ông tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý lý thuyết và Vật lý toán tại Viện Vật lý, Viện Hàn lâm Khoa học và Công nghệ Việt Nam. Năm 2004, ông tốt nghiệp Tiến sĩ chuyên ngành Khoa học vật liệu tại Viện Khoa học và Công nghệ Tiên tiến Nhật Bản (JAIST). Năm 2013, ông được bổ nhiệm chức danh PGS. Từ năm 2005 đến nay ông giảng dạy tại Trường Đại học Sư phạm, Đại học Huế.

*Lĩnh vực nghiên cứu: Vật lý lý thuyết và vật lý toán.*

**Lê Phước Định** sinh ngày 15/10/1991 tại Thành phố Huế. Năm 2014, ông tốt nghiệp cử nhân ngành Vật lý Chất rắn tại trường Đại học Khoa học,Đại học Huế. Năm 2017, ông tốt nghiệp Thạc sĩ chuyên ngành Vật lý Chất rắn và hiện nay công tác tại trường Đại học Khoa học, Đại học Huế.

*Lĩnh vực nghiên cứu: vật lý chất rắn, kỹ thuật siêu âm, mô phỏng...*

**Nguyễn Minh Tạo** sinh ngày 27 tháng 02 năm 1981 tại Phú Yên. Năm 2003, ông tốt nghiệp cử nhân ngành Vật lý tại trường Đại học Sư Phạm Quy Nhơn. Năm 2020 ông học Thạc sỹ ngành Vật lý chất rắn tại trường Đại học Khoa học, Đại học Huế. Hiện nay, ông đang giảng dạy tại trường THPT Trần Suyền, huyện Phú Hoà, Tỉnh Phú Yên.

*Lĩnh vực nghiên cứu: Vật lý chất rắn.*